

Experiment: Chaotischer Drehschwinger

Bernd Pompe — Universität Greifswald

12. Dezember 2018

Zusammenfassung

Im Experiment wird die Bewegung eines drehbar gelagerten Stabmagneten, mit dem Trägheitsmoment J , magnetischen Dipolmoment m und dem zur Geschwindigkeit \dot{x} proportionalen Dämpfungsdrhoment $\beta\dot{x}$ untersucht. Durch ein äußerer, zeitlich veränderliches Magnetfeld $B(t)$ wird der Stabmagnet parametrisch erregt. Die entsprechende Bewegungsgleichung für den Auslenkwinkel x lautet

$$J\ddot{x} + \beta\dot{x} + m \cdot B(t) \cdot \sin x = 0$$

Üblicherweise erfolgt diese Erregung periodisch, indem $B(t) = B_0 + B_1 \cos \omega t$ gesetzt wird. Aus mathematischer Sicht entspricht dieses System einem Pendel, das sich im Gravitationsfeld der Erde periodisch auf und ab bewegt. Dieses Pendel wurde in Greifswald in den 80er Jahren hinsichtlich typischer nichtlinearer Phänomene wie Bifurkationskaskaden und chaotischer Bewegungen umfangreich untersucht.

Mit dem hier vorgestellten Experiment können typische Eigenschaften und Phänomene nichtlinearer dynamischer Systeme exemplarisch veranschaulicht werden, sowohl qualitativ wie auch quantitativ. Das sind u.a.

- (i) Bifurkationskaskaden bei sukzessiver Veränderung von Parametern wie β , B_0 , B_1 und ω
- (ii) die Existenz periodischer und chaotischer (fraktaler) Attraktoren (stroboskopische Visualisierung im Phasenraum, s.u. Bilder)
- (iii) die deutliche Einschränkung der Vorhersagbarkeit der Bewegung im chaotischen Regime in Folge von kleinsten Messabweichungen der Anfangsbedingungen.

Die Messung von $x(t)$ erfolgt über eine Winkelcodescheibe (GRAY-Code, 8 bit) und eine Verarbeitung (Umcodierung GRAY- nach Dual-Code, Differentiation: $x \rightarrow \dot{x}$) mit einem Microcontroller. Die Dämpfung erfolgt über eine Wirkelstrombremse. Der gerätetechnische Aufwand ist möglichst gering gehalten, so dass eine Nachnutzung mit Unterstützung durch den Entwickler effektiv möglich ist. Dies betrifft auch das umfangreiche Begleitmaterial (Versuchsanleitung und Simulationssoftware).

