

# „Schallausbreitung in inhomogenen Medien“

## Programm und Kurzfassungen der Vorträge

20. Workshop „Physikalische Akustik“ im Physikzentrum Bad Honnef, gemeinsam veranstaltet vom Fachausschuss Physikalische Akustik der Deutschen Gesellschaft für Akustik (DEGA) und dem Fachverband Akustik der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG)

**Donnerstag, 14.11.2013**

9:00	<b>Willkommen</b> Ennes Sarradj, Sigrun Hirsekorn, Stefanie Retka, Holger Waubke
9:10	<b>Perfekte Absorption ohne Dämpfung: schön wär's!</b> Waldemar Maysenhölder Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Stuttgart
9:50	<b>Umsetzung der Finiten Elemente Methode im Fourier-transformierten Raum und Kopplung mit analytischen Lösungen</b> Martin Dengler, Manuela Hackenberg, Gerhard Müller TU München
10:30	Kaffeepause
11:00	<b>Wellen in Böden mit streuendem Schubmodul</b> Holger Waubke Österreichische Akademie der Wissenschaften, Wien
11:40	<b>Simulation und Inversion akustischer/elastischer Wellen für die seismische Erkundung</b> Thomas Bohlen Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Geophysikalisches Institut
12:20	Mittagessen
13:30	<b>Gemeinsame Sitzung</b> des Fachausschusses Physikalische Akustik der Deutschen Gesellschaft für Akustik (DEGA) und des Fachverbands Akustik der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG)
14:00	<b>Meteorologische Effekte auf die Schallausbreitung in Waldgebieten</b> Astrid Ziemann TU Dresden
14:40	<b>Raytracing zur Behandlung der Brechung an Strömungsscherschichten</b> Ennes Sarradj BTU Cottbus
15:20	Kaffeepause
15:50	<b>Nichtlineare Erweiterung der inhomogenen Galbrun-Gleichung</b> Marcus Guettler, Stefanie Retka, Steffen Marburg UniBW München, TU Clausthal
16:30	<b>Numerische Modellierung der Schallausbreitung im Wasser</b> Jan Ehrlich, Bodo Nolte Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD 71, Kiel

17:10	<b>Schallausbreitungsmodell MOCASSIN</b> Hans-Günter Hofmann Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD 71, Kiel
17:40	Ende des Vortragsprogramms am Donnerstag
ab 19:00	gemeinsames Abendessen

**Freitag, 15.11.2013**

8:40	<b>Schallübertragung im auditorischen System des Säugetiers</b> Mario Fleischer TU Dresden, HNO-Klinik
9:20	<b>Bestimmung von Eigenspannungsprofilen in Triebwerkswerkstoffen mittels Volumen- und Rayleigh-Wellen</b> Sebastian Hubel, Martin Spies, Alexander Dillhöfer, Hans Rieder Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM), Kaiserslautern Joachim Bamberg, Joshua Götz, Roland Hessert MTU Aero Engines GmbH, München
10:00	<b>Bildgebende Ultraschallprüfung von austenitischen Schweißnähten</b> Jens Prager Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, Berlin
10:40	Kaffeepause
11:10	<b>Ultraschallausbreitung und -streuung in polykristallinen Gefügen: Analytische Modelle</b> Sigrun Hirsekorn Fraunhofer Institut für Zerstörungsfreie Prüfverfahren (IZFP), Saarbrücken
11:50	<b>Schallausbreitung in Voronoi-basierten Wachstumsmodellen</b> Frank Schubert Fraunhofer Institut für zerstörungsfreie Prüfverfahren (IZFP-D), Dresden
12:30	Mittagessen (Ende des Workshops)

## Kurzfassungen/Inhalte der Vorträge

### Perfekte Absorption ohne Dämpfung: schön wär's!

Waldemar Maysenhölder

Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Stuttgart

An einer ebenen Grenzfläche zwischen zwei fluidgefüllten Halbräumen wird eine ebene Schallwelle ohne Reflexion durchgelassen, wenn sie senkrecht auftrifft und das Produkt  $\rho c$  von Dichte und Schallgeschwindigkeit in beiden als homogen angenommenen Fluiden gleich groß ist. Entsprechend findet keine Reflexion statt, wenn sich  $\rho$  und  $c$  kontinuierlich mit dem Abstand  $x$  von der Grenzfläche ändern, das Produkt  $\rho(x)c(x)$  aber konstant bleibt. Mathematisch wird dieser Fall mit der Helmholtz-Gleichung für inhomogene Fluide beschrieben. Mithilfe einer Koordinatentransformation lässt sich leicht eine exakte Lösung finden. Gibt man eine Funktion  $c(x)$  vor, die an einer Stelle  $x = x_0$  verschwindet, kann sich die einfallende Welle nicht über diese Singularität hinaus ausbreiten. Andererseits findet keine Reflexion statt. Wie soll man sich das vorstellen? Am Beispiel eines verlustfreien inhomogenen Fluids wird gezeigt, dass die einfallende Welle nie bei  $x = x_0$  ankommt. Während Schalldruck und -schnelle sowie die Energiestromdichte endlich bleiben und das zeitliche Mittel der Energiestromdichte, die Intensität, wegen der Energieerhaltung räumlich konstant sein muss, wachsen kinetische und potentielle Energiedichte über alle Grenzen, wenn man sich der Stelle  $x = x_0$  nähert. Grafische Darstellungen des Schalldrucks und der energetischen Größen helfen das außergewöhnliche Beispiel zu verstehen. Nur lässt sich ein solcher perfekter Absorber mit endlichen Abmessungen und ganz ohne Dämpfung wegen der notwendigen Singularität in der Dichte natürlich nicht realisieren.

### Umsetzung der Finiten Elemente Methode im Fourier-transformierten Raum und Kopplung mit analytischen Lösungen

Martin Dengler, Manuela Hackenberg, Gerhard Müller

TU München

Für die Prognose von Wellenausbreitungsvorgängen in dreidimensionalen Kontinua ist es nötig, die dynamische Interaktion zwischen Kontinuum und angrenzender Struktur mit geeigneten Modellen abzubilden, um eine realistische Einschätzung der auftretenden Schwingungen zu ermöglichen. Ein effizienter Ansatz, das gesamte System zu beschreiben, besteht in der Modellierung komplexer Geometriebestandteile mit der Finiten Elemente Methode und der Beschreibung des Kontinuums mit analytischen Lösungen basierend auf Integraltransformationmethoden. Diese analytischen Lösungen werden im Wellenzahl-Frequenz-Bereich ermittelt, wodurch auch die Finite Elemente Methode adaptiert werden muss, um eine Kopplung der Methoden zu ermöglichen.

Im Rahmen dieses Vortrags wird die Methode erläutert und einige Ergebnisse präsentiert.

### Wellen in Böden mit streuendem Schubmodul

Holger Waubke

Österreichische Akademie der Wissenschaften, Wien

Roger Ghanem hat eine Methode vorgestellt, mit der man den Schubmodul eines Materials mit großer Variabilität behandeln kann. Das Verfahren beruht auf der Karhunen Loeve Zerlegung eines Zufallsfeldes in deterministische Funktionen und diskrete Zufallsgrößen. Mittels der Transformation des polynomen Chaos können die diskreten Zufallsgrößen in deterministische Gleichungen für orthogonale Momente Zufallsgrößen überführt werden. Hat man es mit einem Kontinuum zu tun, so kann man die Differentialgleichung in orthogonalen Koordinaten mittels der Fourier Transformation in gewöhnliche Gleichungen überführen. Problematisch ist im gegebenen Fall allerdings die räumliche Veränderlichkeit des Schubmoduls. Um diese zu transformieren ist eine modifizierte Version des Planscherelschen Theorems mit einer Faltung im Spektrum erforderlich. Das modifizierte Plancherelsche Theorem führt zu einer Kopplung

der positiven Wellenzahlen mit ihren negativen Partnern. Führt man eine Variation des Gleichungssystems auf Basis der negativen Partner durch, so erhält man ein Gleichungssystem für die positive Seite. Das Ergebnis sind mithin finite Elemente im transformierten Raum. Führt man die Fourier Transformation über die horizontalen Richtungen des Bodens aus, so erhält man finite Elemente, die nur von der Tiefe abhängig sind.

## **Simulation und Inversion akustischer/elastischer Wellen für die seismische Erkundung**

Thomas Bohlen

Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Geophysikalisches Institut

Es werden sowohl marine (akustische) Beispiele wie auch die elastische Wellenausbreitung in oberflächennahen Sedimenten diskutiert. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Simulation der Wellenausbreitung sowie der Wellenforminversion, also der Rekonstruktion der akustischen bzw. elastischen Eigenschaften auf Beobachtungen vollständiger Signalformen.

## **Meteorologische Effekte auf die Schallausbreitung in Waldgebieten**

Astrid Ziemann

TU Dresden

Lärm ist für moderne Industrienationen eines der größten Umweltprobleme und hat zunehmend an Bedeutung für Gesundheit und Wohlbefinden der Bevölkerung gewonnen. Eine gegenwärtig diskutierte Möglichkeit der Lärminderung sind hohe Vegetationsbestände, die als Hindernisse im Schallausbreitungsweg zu einer verringerten Schallimmission und damit Lärmbelastung führen können.

Die Schallausbreitung ist dabei von den akustischen Eigenschaften des Bodens und des Vegetationsbestandes abhängig. Besonderes Augenmerk muss auf den meteorologischen Einfluss gelegt werden, da das modifizierte meteorologische Regime in Waldgebieten zu einer veränderten Schallausbreitung führt. Standardisierte Schallausbreitungsmodelle in der Gutachterpraxis können solche Einflüsse nur unvollständig abbilden und sind damit für Lärmschutzuntersuchungen in Waldgebieten nur eingeschränkt anwendbar.

Um das meteorologische Regime in und über Waldbeständen, auf Waldlichtungen bzw. an Waldrändern zu simulieren, wird das gekoppelte meteorologische Modell HIRVAC (High Resolution Vegetation Atmosphere Coupler) genutzt. Die mit dem Atmosphärenmodell berechneten Felder meteorologischer Größen dienen als Eingangsgrößen für verschiedene Schallausbreitungsmodelle, z.B. ein CNPE-Modell (Lösung der parabolischen Wellengleichung mit dem Crank-Nicholson-Verfahren). Mit Hilfe dieser Simulationen wird der meteorologische Einfluss auf die Schallausbreitung für verschiedene thermische Schichtungsverhältnisse und Windprofile in Waldgebieten im Vergleich zu Grasflächen veranschaulicht. Das meteorologisch bedingte Lärminderungspotenzial verschiedener Waldbestände wird mit seinen tages- und jahreszeitlichen Schwankungen quantifiziert. Diese Simulationen werden auch an Messkampagnen angepasst, die seit 2011 jährlich im Tharandter Wald (in der Nähe von Dresden) stattfinden. Dabei werden künstliche Signale mit unterschiedlichen Frequenzen ausgesendet und die Schallausbreitung entlang einer Pfadlänge von bis zu 200 m mit 5 Mikrofonen aufgezeichnet. Neben den akustischen Messungen wird der Zustand der bodennahen Atmosphäre u.a. mit Ultraschallanemometern an Messürmen bestimmt.

Die Resultate der Modellierungen und Messungen belegen den deutlichen meteorologischen Einfluss auf die Schallausbreitung bereits auf kurzen Strecken von einigen 10 m. Mit den Untersuchungen soll eine verbesserte Parametrisierung des Waldeinflusses auf die Schallausbreitung in Abhängigkeit von meteorologischen und vegetationspezifischen Randbedingungen für die Berechnung der Schallimmission an einem Ort abgeleitet werden, die auch eine Anwendung in standardisierten Schallausbreitungsmodellen ermöglicht.

## **Raytracing zur Behandlung der Brechung an Strömungsscherschichten**

Ennes Sarradj  
BTU Cottbus

Beim Einsatz von Mikrofonarrays zur Charakterisierung von Schallquellen in Strömungen besteht das Problem, die Schallausbreitung auch über Gebiete mit unterschiedlicher Strömungsgeschwindigkeit hinweg vorherzusagen, um die zugehörigen Laufzeiten zu ermitteln. Im Beitrag werden Arbeiten zum Einsatz und zur Lösung der Raytracing-Gleichung vorgestellt, mit denen es möglich wird, die Laufzeiten zu ermitteln.

## **Nichtlineare Erweiterung der inhomogenen Galbrun-Gleichung**

Marcus Guettler, Stefanie Retka, Steffen Marburg  
UniBW München, TU Clausthal

Im Bereich der Aeroakustik existieren unterschiedliche Formulierungen, um die Ausbreitung einer akustischen Welle unter Berücksichtigung der Umgebungsströmung zu beschreiben. Die in der Wissenschaft und Industrie am häufigsten verwendete Methode basiert auf der Auswertung der linearisierten Euler-Gleichungen (engl. LEE). Der Fluiddruck, die Fluidgeschwindigkeit und die Entropie werden in erster Näherung in hydrodynamische und akustische Anteile aufgespalten und getrennt bzw. nacheinander betrachtet. Es wird vorausgesetzt, dass die jeweiligen Anteile sich nicht gegenseitig beeinflussen und somit unabhängig voneinander sind. Einen ähnlichen Ansatz verfolgt die Methode bei der die sogenannten Störungsgleichungen ausgewertet werden.

Eine weitere Vorgehensweise bietet die Lagrange'sche Formulierung der Euler'schen Größen. Dadurch ergibt sich eine Beschreibung, in der die Partikelverschiebungen im Berechnungsgebiet Lösung des Randwertproblems sind. Diese Betrachtungsweise führt auf die Galbrun-Gleichung. Vorteile liegen darin, dass sich die gesuchten Feldgrößen auf die oszillierende Verschiebung reduzieren und dadurch die Beschreibung von Randbedingungen vergleichsweise einfach gelingt. Schwierigkeiten bestehen allerdings noch in der numerischen Umsetzung der Galbrun-Gleichung. Nutzt man die Methode der finiten Elemente, so treten durch die Diskretisierung mit Standard-Lagrange-Elementen Scheinmoden auf, die keine physikalisch sinnvollen Ergebnisse darstellen. Das führt dazu, dass die Resultate unbrauchbar sind. In der Literatur findet sich Abhilfe, wobei auf eine gemischte Formulierung der Galbrun-Gleichung, d.h. eine Beschreibung in Druck- und Verschiebungsgrößen, zurückgegriffen wird. Allerdings bleibt diese Vorgehensweise für Außenraumprobleme oder bei starker Dämpfung erfolglos. Es besteht daher der Bedarf an neuen Formulierungen.

In diesem Beitrag erfolgt die Erweiterung der Galbrun-Gleichung zunächst auf eine allgemeinere Formulierung, welche aus den grundlegenden Erhaltungsgleichungen der Kontinuumsmechanik entwickelt wird. Diese nichtlineare Beschreibung ist frei von Annahmen bezüglich der Größenordnung der Lagrange'schen Verschiebung. Des Weiteren wird ein inhomogener Umgebungsdruck einbezogen. Dieser stellt sicher, dass eine Strömung physikalisch existieren kann. Der Ausblick bezieht sich auf die inhomogene Galbrun-Gleichung, welche zukünftig erlauben könnte Quellterme zu berücksichtigen.

## **Numerische Modellierung der Schallausbreitung im Wasser**

Jan Ehrlich, Bodo Nolte  
Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD 71, Kiel

Der Vortrag gibt einen Überblick über die unterschiedlichen mathematischen Ansätze zur Berechnung der Schallausbreitung im inhomogenen Medium Meerwasser für verschiedene Frequenzbereiche und Anwendungen (z.B. Ortung, Schallprognosen, Unterwasserkommunikation). Insbesondere werden dabei die in dem Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der Wehrtechnischen Dienststelle für Schiffe und Marinewaffen, Maritimer Technologie und Forschung verwendeten Methoden vorgestellt.

## **Schallausbreitungsmodell MOCASSIN**

Hans-Günter Hofmann

Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD 71, Kiel

Die Schallausbreitung im Meer wird sehr stark von den Umgebungsbedingungen wie Salzgehalt, Temperatur, Wind, Seegang, Regen, Blaseneinschlag, Meeresbodeneigenschaften und Lebewesen beeinflusst. Je nach Tages- und Jahreszeit variiert in vielen Fällen insbesondere die Temperatur stark über die Tiefe, und in Seegebieten wie die Ostsee auch der Salzgehalt. Das führt zu einer tiefenabhängigen Variation der Dichte des Meerwassers und damit zu einer hohen Inhomogenität im Medium Meerwasser. Folge sind tiefenabhängig unterschiedliche Schallgeschwindigkeiten. Seit Ende der 60er Jahre wurde in der FWG für die wissenschaftliche Studienunterstützung bei der experimentellen Erforschung der Schallausbreitungsverluste und des Nachhalls das Schallausbreitungsprogramm MOCASSIN entwickelt. Merkmale des Programms sind die Schallausbreitungsmodellierung mit Schallstrahlen und dem Schallgeschwindigkeitsprofil am Startpunkt der Berechnungsstrecke. Die horizontale Variation der Schallgeschwindigkeit entlang dieser Strecke wird stochastisch mit einem Monte-Carlo-Ansatz simuliert. Das Programm wird neben wissenschaftlichen und operativen Zwecken auch für die Abschätzung der Schallausbreitung für den Schutz von Meeressäugern eingesetzt.

## **Schallübertragung im auditorischen System des Säugetiers**

Mario Fleischer

TU Dresden, HNO-Klinik

Das Hörorgan des Säugetiers ist ein hochspezialisiertes sensorisches System, das durch ein komplexes mechanisches Verhalten, einer komplizierten Morphometrie und Geometrie und richtungsabhängigen Materialverhalten auf Zell- und Subzellniveau gekennzeichnet ist. Die heterogene Mikrostruktur weist - vom mechanischen Standpunkt aus gesehen - Fluid-Struktur-Interaktionsmerkmale auf, die durch Experimente und eine geeignete Modellierung determiniert werden.

Speziell am Beispiel der äußeren Haarsinneszelle, einem Zelltyp der durch seine physikalischen Eigenschaften das Gesamtverhalten des Innenohres maßgeblich beeinflusst, wird ein Ansatz zur Bestimmung der viskoelastischen Materialeigenschaften der Zellwand vorgestellt. Durch Anwendung einer effektiven Fluid-Struktur-Interaktion und im Rahmen der Kontinuumsmechanik gültiger Materialgesetze wird das Gesamtsystem geschlossen untersucht.

Das mechanische Feldproblem wird dabei im Rahmen der Finiten-Elemente-Methode approximiert, wobei die zur Beschreibung notwendigen Systemmatrizen – insbesondere die Dämpfungsmatrix – vollständig auf dem Materialgesetz basieren. Es zeigt sich, dass die biologischen Filamentstrukturen unterschiedliche Anisotropieeigenschaften im Elastizitäts- und Viskositätstensor aufweisen.

## **Bestimmung von Eigenspannungsprofilen in Triebwerkswerkstoffen mittels Volumen- und Rayleigh-Wellen**

Sebastian Hubel, Martin Spies, Alexander Dillhöfer, Hans Rieder

Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM), Kaiserslautern

Joachim Bamberg, Joshua Götz, Roland Hessert

MTU Aero Engines GmbH, München

Entscheidenden Einfluss auf die Lebensdauer von hochbeanspruchten Bauteilen, wie Komponenten in Flugzeugtriebwerken, haben u.a. die Werkstoffeigenschaften in den Randzonen. Durch den Einsatz von Verfestigungsverfahren wie Kugelstrahlen werden die Bauteiloberflächen plastisch verformt, wodurch oberflächennahe Eigenspannungszustände eingebracht werden. Die zerstörungsfreie Ermittlung des induzierten Spannungsprofils stellt aufgrund von verschiedenen, teilweise konkurrierenden Gefügeeigenschaften eine anspruchsvolle

Aufgabe dar. In grundlegenden Untersuchungen wurde das Potential der Ultraschall-Spannungsmessung im Bauteilvolumen an Nickel- und Titan-Werkstoffen positiv evaluiert. Ziel unserer weiteren Untersuchungen war es daher festzustellen, ob der akusto-elastische Effekt, d.h. die Abhängigkeit der Ultraschallgeschwindigkeit von den Spannungszuständen im Werkstoff, auch zur Quantifizierung von Eigenspannungen in den verfestigten Randzonen herangezogen werden kann. Aufgrund der frequenzabhängigen Eindringtiefe der verwendeten Rayleigh-Wellen können aus den Dispersionskurven Tiefeninformationen gewonnen werden. Ausführliche experimentelle Untersuchungen mit einem breitbandigen Ultraschallgoniometer wurden an unterschiedlich verfestigten Oberflächen von IN718- und Ti6246-Testkörpern durchgeführt. In unserem Beitrag stellen wir alle notwendigen Schritte zur Ultraschall-Spannungsmessung mittels Volumen- und Rayleigh-Wellen dar und berichten über aktuelle Ergebnisse.

## **Ultraschallausbreitung und -streuung in polykristallinen Gefügen: Analytische Modelle**

Sigrun Hirsekorn

Fraunhofer Institut für Zerstörungsfreie Prüfverfahren (IZFP), Saarbrücken

In polykristallinen Gefügen verursacht Ultraschallstreuung an Korngrenzen frequenzabhängige Schallgeschwindigkeiten (Dispersion) sowie die Schwächung eines Schallstrahls in Laufrichtung. Beide Effekte sowie die richtungsabhängigen Amplituden der Streuwellen können zur Materialcharakterisierung genutzt werden. Die Kornstreuung, das sogenannte „Gefügerauschen“, überlagert sich mit von Defekten ausgehenden Streuwellen und beeinflusst dadurch erheblich Detektier- und Bewertbarkeit von Fehlern mit Ultraschallstreutechniken. Deshalb muss bei der Auswertung von Messergebnissen und der Simulation zerstörungsfreier Prüfverfahren mit Ultraschall die Streuung an den Mikrostrukturen der Werkstoffe einbezogen werden. Hierzu sind geeignete physikalisch-analytische Modelle zur Beschreibung der Wechselwirkung von Ultraschall mit mikroskopischer Inhomogenität in Materialien erforderlich. Anlass der hier vorgestellten Arbeit war, dass der in der Literatur angegebene Ensemblemittelwert (statistische Mittelung über die mikroskopische Inhomogenität) der Intensität von Streuwellen einzelner Körner in Bornscher Näherung erster Ordnung (single scatterer approach), der bisher zur Simulation von gestreuten Ultraschallzeitsignalen in polykristallinen Gefügen genutzt wird (CEA, CIVA), für starke Streuung, d.h. hohe Einkristallanisotropie, zu niedrige Streuamplituden liefert. Der analytische Formalismus zur Lösung elastodynamischer Bewegungsgleichungen mikroskopisch inhomogener Materialien in Bornscher und in Keller Näherung erlaubt Berechnungen bei dichter Streuerpackung, wie es in Polykristallen, in denen jedes einzelne Korn ein Ultraschallsteuer ist, vorliegt. Die Ensemblemittelwerte der fortlaufenden und der gestreuten Wellen in einphasigen polykristallinen Gefügen werden in Bornscher und in Keller Näherung erster und zweiter Ordnung formal angegeben. Die aus dieser Theorie folgenden analytischen Ergebnisse für die Ensemblemittelwerte der Energieflussdichten der Streuwellen, die als Basis für die Simulation der Zeitsignale von Streuwellen, insbesondere in der Rückstreuung, genutzt werden sollen, werden explizit vorgestellt, diskutiert und mit den Ergebnissen aus der Literatur verglichen. Voraussetzungen und Grenzen für den Vergleich mit gemessenen Zeitsignalen von Ultraschallstreuwellen sowie den Ensemblemittelwerten der gleichgerichteten Signale werden diskutiert.

## **Schallausbreitung in Voronoi-basierten Wachstumsmodellen**

Frank Schubert

Fraunhofer Institut für zerstörungsfreie Prüfverfahren (IZFP-D), Dresden

Voronoi-Diagramme (engl. Voronoi Tessellations) stellen Polygon-Parkettierungen des Raumes dar, die durch eine vorgegebene Menge an Punkten, den Zentren bestimmt werden. Jedes Zentrum repräsentiert dabei genau eine Raumregion und befindet sich auch innerhalb dieser Region. Jedes Raumelement wird derjenigen Region zugeordnet, deren Zentrum es euklidisch am nächsten steht. Voronoi Tessellations werden in zahlreichen wissenschaftlichen Disziplinen

als idealisierte Parkettierungen verwendet, so z.B. in der Meteorologie, Biologie, Chemie, Kristallographie, Architektur, Telekommunikation, Verschlüsselungstechnik sowie der Algorithmischen Geometrie. In der Materialwissenschaft werden sie häufig zur Modellierung zellulärer oder polykristalliner Materialien eingesetzt.

Jede Voronoi Tessellation stellt das Endprodukt eines kugelförmigen Wachstumsmodells dar, in dem sphärolithisches Wachstum von (festen) Körnern einer Phase innerhalb einer zweiten (flüssigen) Phase von den Wachstumszentren ausgeht. Dabei beginnt das Wachstum zeitgleich bei allen Zentren und findet mit einer einheitlichen radialen Wachstumsgeschwindigkeit statt. Das Wachstum endet, sobald einzelne Körner zusammenstoßen und Korngrenzen bilden. Die topologischen Eigenschaften dieser wachsenden Voronoi-Modelle („Growing Voronoi Tessellations“, GVTs), wie z.B. die mittlere Anzahl und Größe der Korngrenzen, Kanten, Kornzwickel, Inseln, Seen usw. können bei bekannter statistischer Verteilung der Wachstumszentren analytisch als Funktion des Wachstumsgrades berechnet werden. Die GVTs stellen somit geeignete idealisierte Wachstumsmodelle für Phasenumwandlungsprozesse, wie z.B. Erstarrungsvorgänge dar.

Gelingt es, effektive physikalische Eigenschaften (z.B. Schallgeschwindigkeit und Schallschwächung, E-Modul, elektrische und Wärmeleitfähigkeit etc.) von Materialien, die durch GVTs beschrieben werden können, als Funktion des Wachstumsgrades zu bestimmen, lassen sich Korrelationen mit den bekannten topologischen Eigenschaften der GVTs ermitteln. Von besonderem Interesse sind dabei neben den Körnern und Korngrenzen auch die Perkolationen des Modells, in dessen Nähe sich die effektiven Materialeigenschaften sprunghaft ändern können.

In der vorliegenden Arbeit werden numerische Simulationen akustischer und elastischer Wellen in Growing Voronoi Tessellations vorgestellt und diskutiert. Die Untersuchungen dienen dem besseren Verständnis der Schallausbreitung in Zweiphasensystemen (flüssig/fest) und dem verbesserten akustischen Monitoring von Erstarrungsvorgängen und anderen Phasenumwandlungen. Besonderes Augenmerk wird dabei auch dem asymptotischen Endzustand der GVT, dem klassischen Voronoi-Diagramm gewidmet, das als Modell für die Schallausbreitung in polykristallinen oder zellulären Materialien dienen kann. Auch in diesem Fall existieren Zusammenhänge zwischen effektiven akustischen Eigenschaften und topologischen Modelleigenschaften, wie z.B. der mittleren Anzahl und Größe von Körnern und Korngrenzen.